Solutions des problèmes du certif' – newsletter décembre 2024

Un ouvrier gagne 33 francs par heure de travail et travaille 40 heures par semaine. Combien gagne-t-il dans son année ? (compter 52 semaines). Il trouve un autre emploi où il serait payé 5 850 francs par mois. Aura-t-il intérêt à l'accepter ?

Calculons d'abord le salaire annuel de l'ouvrier dans son emploi actuel :

1. **Salaire hebdomadaire** :
    - 33 francs par heure × 40 heures par semaine = 1 320 francs par semaine
2. **Salaire annuel** :
    - 1 320 francs par semaine × 52 semaines = 68 640 francs par an

Ensuite, calculons le salaire annuel dans le nouvel emploi :

1. **Salaire mensuel** :
    - 5 850 francs par mois
2. **Salaire annuel** :
    - 5 850 francs par mois × 12 mois = 70 200 francs par an

Comparons les deux salaires annuels :

- Salaire actuel : 68 640 francs par an
- Nouveau salaire : 70 200 francs par an

L'ouvrier gagnerait **1 560 francs de plus par an** dans le nouvel emploi (70 200 - 68 640). Donc, il aurait intérêt à accepter le nouvel emploi, car il serait mieux rémunéré.

Une table rectangulaire mesure 4,20 m de périmètre et sa longueur est le double de sa largeur. On veut la recouvrir d'une toile cirée qui débordera de 8 cm sur tout son pourtour. Calculez le périmètre de la toile et son prix (à 250 francs le mètre carré).

Solutions :

1. **Dimensions de la table** :
    - Le périmètre de la table est de 4,20 m.
    - La longueur (L) est le double de la largeur (l), donc L = 2l.
    - Le périmètre d'un rectangle est donné par la formule : P = 2L + 2l.
    - En substituant L = 2l dans la formule du périmètre : 4,20 = 2(2l) + 2l = 6l.
    - Donc, l = 4,20 / 6 = 0,70 m.
    - La longueur L = 2l = 2 x 0,70 = 1,40 m.
2. **Dimensions de la toile cirée** :
    - La toile débordera de 8 cm (0,08 m) sur tout son pourtour.
    - La largeur de la toile sera donc l + 2 x 0,08 = 0,70 + 0,16 = 0,86 m.
    - La longueur de la toile sera L + 2 x 0,08 = 1,40 + 0,16 = 1,56 m.
3. **Périmètre de la toile cirée** :
    - Le périmètre de la toile cirée est donné par la formule : P_toile = 2L_toile + 2l_toile.
    - P_toile = 2 x 1,56 + 2 x 0,86 = 3,12 + 1,72 = 4,84 m.
4. **Surface de la toile cirée** :
    - Surface_toile = L_toile x l_toile = 1,56 m x 0,86 m = 1,3416 m².
5. **Prix de la toile cirée** :
    - Prix_toile = Surface_toile x Prix_m² = 1,3416 m² x 250 francs/m² = 335,4 francs.

Donc, le périmètre de la toile cirée sera de **4,84 m** et son prix sera de **335,4 francs**.

Un marchand de primeurs achète 24 kilogrammes d'oranges choisies et de même poids au prix de 42 francs le kilogramme. Il les revend en détail à raison de 9 francs les 2 oranges. Mais 6 oranges gâtées sont invendables. Le marchand réalise néanmoins un bénéfice total de 261 francs. Calculez combien d'oranges il avait achetées.

Solutions :

1. **Coût total d'achat des oranges** :
    - Le marchand achète 24 kg d'oranges à 42 francs par kg.
    - Coût total = 24 kg × 42 francs/kg = 1 008 francs.
2. **Nombre total d'oranges achetées** :
    - Supposons que le marchand a acheté n oranges.
    - Le poids total des oranges est de 24 kg.
    - Poids moyen d'une orange = 24 kg / n.
3. **Nombre d'oranges vendues** :
    - Le marchand a 6 oranges gâtées, donc il vend n - 6 oranges.
4. **Revenu total des ventes** :
    - Le prix de vente est de 9 francs pour 2 oranges, donc 4,5 francs par orange.
    - Revenu total = 4,5 francs x (n - 6).
5. **Bénéfice total** :
    - Bénéfice = Revenu total - Coût total.
    - 261 francs = 4,5 francs x (n - 6) - 1 008 francs.
6. **Résolution de l'équation** :
    - 261 = 4,5 (n - 6) - 1 008.
    - 261 + 1 008 = 4,5 (n - 6).
    - 1269 = 4,5 (n - 6).
    - 1269 / 4,5 = n - 6.
    - 282 = n - 6.
    - n = 282 + 6.
    - n = 288.

Donc, le marchand avait acheté **288 oranges**.

Une ménagère achète 15 kilogrammes de prunes pour faire des confitures. Elle enlève les noyaux qui représentent un quart du poids total et elle ajoute un poids de sucre égal au poids de la pulpe des prunes. Sachant que la cuisson fera perdre au mélange le quart de son poids, combien de pots de 625 grammes la ménagère pourra-t-elle remplir ?

Solutions :

1. **Poids de la pulpe des prunes** :
    - Poids total des prunes : 15 kg
    - Poids des noyaux (un quart du poids total) : 1/4 x 15 kg = 3,75 kg
    - Poids de la pulpe : 15 kg − 3,75 kg = 11,25 \, \text{kg}
2. **Poids total du mélange avant cuisson** :
    - Poids de la pulpe : 11,25 kg
    - Poids du sucre ajouté (égal au poids de la pulpe) : 11,25 kg
    - Poids total du mélange avant cuisson : 11,25 kg + 11,25 kg = 22,5 kg
3. **Poids total du mélange après cuisson** :
    - La cuisson fait perdre un quart du poids total.
    - Poids perdu pendant la cuisson : 1/4 x 22,5 kg = 5,625 kg
    - Poids total du mélange après cuisson : 22,5 kg − 5,625 kg = 16,875 kg
4. **Nombre de pots de 625 grammes** :
    - Poids total du mélange après cuisson : 16,875 kg
    - Convertir en grammes : 16,875 kg × 1000 = 16875 g
    - Nombre de pots : 16875 g / 625 g = 27

Donc, la ménagère pourra remplir **27 pots de 625 grammes**.

Les 3/8 d'une pièce de drap ont été vendus 8 649 francs au prix de 320 francs le mètre. Calculez la longueur totale de la pièce de drap.

Solutions :

1. **Longueur vendue** :
   - Les 3/8 de la pièce de drap ont été vendus pour 8 649 francs.
   - Prix par mètre : 320 francs.
   - Longueur vendue = 8649 francs / 320 francs/mètre = 27 mètres.
2. **Longueur totale de la pièce de drap** :
   - Les 27 mètres représentent les 3/8 de la longueur totale.
   - Longueur totale = 27 mètres / 3/8 = 27 × 8/3 = 72 mètres.

Donc, la longueur totale de la pièce de drap est de **72 mètres**.

Une pièce d'étoffe mesurait 84 mètres. La couturière en a pris une première fois le quart, puis une seconde fois le tiers du reste. Elle a enfin fait dix coupons égaux dans la longueur restante. Quelle est la longueur d'un coupon ?

Solutions :

1. **longueur de la première prise** :
   - La couturière a pris le quart de la pièce d'étoffe.
   - 1/4 x 84 m = 21 m
   - Il reste donc 84 m −21 m = 63 m
2. **Longueur de la seconde prise** :
   - La couturière a pris le tiers du reste.
   - 1/3 x 63 m = 21 m
   - Il reste donc 63 m − 21 m = 42 m
3. **Longueur d'un coupon** :
   - La couturière a fait dix coupons égaux dans la longueur restante.
   - Longueur d'un coupon = 42 m / 10 = 4,2 m

Donc, la longueur d'un coupon est de **4,2 mètres**.

Un cultivateur possède 5 vaches qui lui procurent en moyenne chacune 8 litres de lait par jour. De 2 litres de lait on retire 20 centilitres de crème et 1 litre de crème donne 250 grammes de beurre. Si le beurre vaut 56 francs le kilogramme, calculez quelle somme rapporte au cultivateur, en une semaine, ses 5 vaches.

Solutions :

1. **Calcul de la production quotidienne de lait** :
   - Chaque vache produit 8 litres de lait par jour.
   - 5 vaches produisent 5 × 8 = 40 litres de lait par jour.
2. **Calcul de la production hebdomadaire de lait** :
   - En une semaine (7 jours), les vaches produisent 40 × 7 = 280 litres de lait.
3. **Calcul de la quantité de crème obtenue** :
   - De 2 litres de lait, on retire 20 centilitres (0,2 litre) de crème.
   - Donc, de 280 litres de lait, on obtient 280 / 2 × 0,2 = 28 litres de crème.
4. **Calcul de la quantité de beurre obtenue** :
   - 1 litre de crème donne 250 grammes (0,25 kilogramme) de beurre.
   - Donc, 28 litres de crème donnent 28 × 0,25 = 7 kilogrammes de beurre.
5. **Calcul de la valeur du beurre** :
   - Le beurre vaut 56 francs par kilogramme.
   - Donc, 7 kilogrammes de beurre valent 7 × 56 = 392 francs.

Ainsi, le cultivateur gagne **392 francs** par semaine grâce au beurre produit par ses 5 vaches.

Une maison neuve compte 18 fenêtres, à garnir chacune de 8 carreaux de 48 cm x 42 cm. A combien reviendra le vitrage si le verre coûte 157,50 fr le mètre carré et si la pose des carreaux revient à 24 francs par fenêtre ?

Solutions :

1. **Surface d'un carreau** :
   - Dimensions d'un carreau : 48 cm x 42 cm = 0,48 m x 0,42 m
   - Surface d'un carreau = 0,48 m x 0,42 m = 0,2016 m²
2. **Surface totale de vitrage pour une fenêtre** :
   - Chaque fenêtre a 8 carreaux
   - Surface totale pour une fenêtre = 8 x 0,2016 m² = 1,6128 m²
3. **Surface totale de vitrage pour toutes les fenêtres** :
   - Il y a 18 fenêtres
   - Surface totale pour toutes les fenêtres = 18 x 1,6128 m² = 29,0304 m²
4. **Coût du vitrage** :
   - Coût du verre par mètre carré = 157,50 francs
   - Coût total du vitrage = 29,0304 m² x 157,50 francs/m² = 4 573,284 francs
5. **Coût de la pose des carreaux** :
   - Coût de la pose par fenêtre = 24 francs
   - Coût total de la pose = 18 fenêtres x 24 francs/fenêtre = 432 francs
6. **Coût total** :
   - Coût total = Coût du vitrage + Coût de la pose = 4 573,284 francs + 432 francs = 5 005,284 francs

Donc, le coût total du vitrage et de la pose des carreaux reviendra à **5 005,284 francs**.

Un terrain à bâtir est représenté sur un plan à l'échelle 1/500 par un rectangle de 27 centimètres de long sur 21 centimètres de large. Calculer la valeur de ce terrain, à 38 francs le mètre carré.

Solutions :

1. **Calcul de la surface sur le plan** :
   - Longueur : 27 cm
   - Largeur : 21 cm
   - Surface sur le plan = Longueur × Largeur = 27 cm × 21 cm = 567 cm²
2. **Conversion de la surface réelle** :
   - Échelle 1/500 signifie que 1 cm sur le plan représente 500 cm (ou 5 mètres) dans la réalité.
   - Surface réelle = Surface sur le plan × (Échelle)² = 567 cm² × (500)² = 567 cm² × 250 000 = 14 1750 000 cm²
3. **Conversion en mètres carrés** :
   - 1 m² = 10000 cm²
   - Surface réelle en m² = 14 1750 000 cm² ÷ 10 000 = 14 175 m²
4. **Calcul de la valeur du terrain** :
   - Prix par mètre carré = 38 francs
   - Valeur totale = Surface réelle en m² × Prix par mètre carré
     = 14 175 m² × 38 francs
     = 538 650 francs

Donc, la valeur de ce terrain est de **538 650 francs**.